

چکیده:

یکی از روش‌های تشخیص‌پذیری (سرشت‌نمایی) گروه‌های متناهی، تشخیص‌پذیری از طریق مرتبه مرتبه مولفه‌های همبندی آن گروه است.

در این طرح تحقیقاتی، قصد داریم گروه $(2) L_{p+1}$ را به روش فوق مورد مطالعه قرار داده و ثابت کنیم که این گروه تشخیص‌پذیر است. یعنی اگر

$$G \cong L_{p+1}(2) \text{ آنگاه } oc(G) = oc(L_{p+1}(2))$$

۱. مقدمه

برای عدد صحیح مثبت n ، مجموعه اعداد اولی که مقسوم علیه n می‌باشند با $\pi(n)$ نمایش می‌دهیم.

اگر G یک گروه متناهی باشد آنگاه تعریف می‌کنیم $\pi(G) = \pi(|G|)$. گراف گرونبرگ-کیگل (Gruenberg -Kegel) یا گراف اول G که با $GK(G)$

نمایش می‌دهیم چنین تعریف می‌شود. مجموعه رئوس $GK(G)$ عبارت است از $\pi(G)$ و دو راس متمایز p و q تشکیل یک یال می‌دهند. اگر و فقط اگر G دارای عنصری از مرتبه pq باشد.

مولفه‌های همبند $GK(G)$ را با $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{S(G)}$ نمایش می‌دهیم که در آن تعداد مولفه‌های همبند $GK(G)$ را با $S(G)$ نمایش می‌دهیم.

اگر مرتبه G زوج باشد π_1 را مولفه شامل ۲ در نظر می‌گیریم $(2 \in \pi_1)$. واضح است که مرتبه G مساوی حاصلضرب $m_1 m_2 \dots m_{S(G)}$ است که

$$1 \leq i \leq S(G), \quad \pi(m_i) = \pi_i$$

یعنی π_i عبارتند از مجموعه اعداد اول m_i

اگر مرتبه G زوج باشد و $S(G) \geq 2$ طبق نمایش $m_2, m_3, \dots, m_{S(G)}$ فرد هستند.

اعداد صحیح مثبت $m_1, m_2, \dots, m_{S(G)}$ مرتبه مولفه‌های G و

$$oc(G) = \{m_1, m_2, \dots, m_{S(G)}\}$$

این ستوالی است که به طور طبیعی پرسیده می‌شود.

اگر گروه‌های G و H مرتبه مولفه‌های یکسان داشته باشند یعنی $oc(G) = oc(H)$

آیا G و H یکرخت هستند؟ برای بسیاری گروه‌های ساده H با تعدادی از مرتبه مولفه‌های $S(H)$ حداقل ۲ $(S(H) \geq 2)$ جواب برای

سئوال فوق مثبت است. اما اگر $S(H) = 1$ جواب منفی است.

اما گروه‌های ساده $Bn(q)$ و $Cn(q)$ که در آن $n = 2^m \geq 4$ و q فرد است، مرتبه مولفه‌های یکسان دارند، اما آنها یکرخت نیستند. از این

رو طبیعی است که تعریف زیر اتخاذ شود:

تعریف ۱: فرض کنیم G یک گروه متناهی باشد. تعداد گروه‌های متناهی غیر یکرخت با مرتبه مولفه‌های یکسان G را با $h(G)$ نمایش می‌دهیم و h -

تابع G نامیده می‌شود. برای عدد طبیعی k می‌گوئیم گروه متناهی G k -تشخیص‌پذیر توسط مجموعه مرتبه مولفه‌هایش است اگر $h(G) = k$

اگر $h(G) = 1$ می‌گوئیم G توسط مرتبه مولفه‌هایش قابل سرشت‌نمایی است یا به طور خلاصه G گروه قابل سرشت‌نمایی است. در این حالت

G منحصراً توسط مجموعه مرتبه مولفه‌هایش مشخص می‌شود.